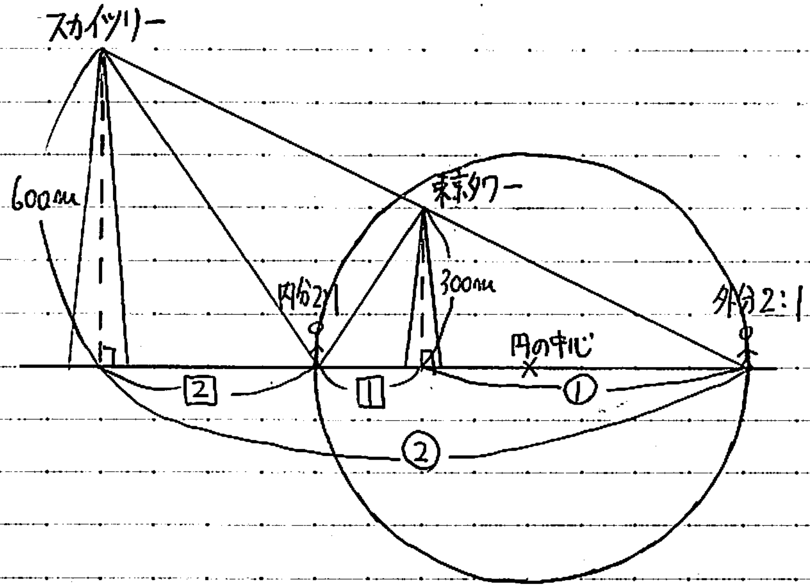
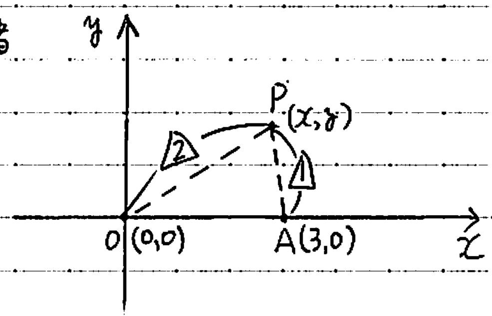


(問) 上図の様に、スカイツリー(約600m)と東京タワー(約300m)が同じ高さに見えるポイントは、スカイツリーと東京タワーのたもとを直線で結んだ線上を2:1に内分した点と2:1に外分した点を直径とする円周上になる事を証明せよ。

(証明) 右図の様に、スカイツリーを点O, 東京タワーを点A, 観測者の位置をPとすると、



$PO:PA=2:1$

$\therefore PO=2PA$

ここで両辺を2乗して、$PO^2=4PA^2 \cdots ①$

さらに、点O(0,0), 点A(3,0), 点P(x,y)とすると、

$PO=\sqrt{(x-0)^2+(y-0)^2}=\sqrt{x^2+y^2} \cdots ②$

$PA=\sqrt{(x-3)^2+(y-0)^2}=\sqrt{(x-3)^2+y^2} \cdots ③$

②, ③を①に代入して、

$$\sqrt{x^2+y^2}^{\,2}=4\sqrt{(x-3)^2+y^2}^{\,2}$$

$$x^2+y^2=4\{(x-3)^2+y^2\}$$

$$x^2+y^2=4(x^2-6x+9+y^2)$$

$$x^2+y^2=4x^2-24x+36+4y^2$$

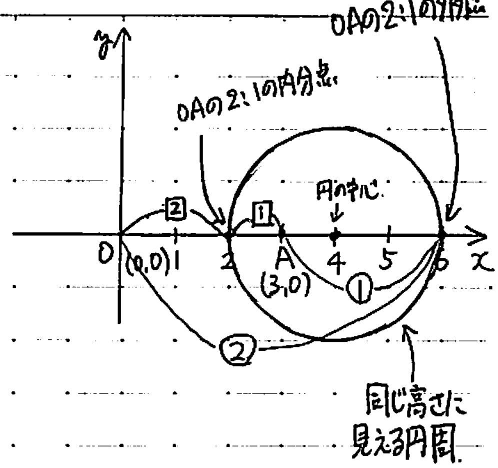
$$0=3x^2-24x+36+3y^2$$

$$0=x^2-8x+12+y^2$$

$$0=(x-4)^2-16+12+y^2$$
$$4=(x-4)^2+y^2$$

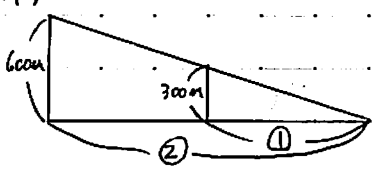
となり、これは、(4,0)を中心とした半径2の円となる。
従って、右図の様になり、スカイツリーと東京タワーのたもとを直線で結んだ線上に2:1に内分した点と2:1に外分した点を直径とする円周上になる。

(証明終)

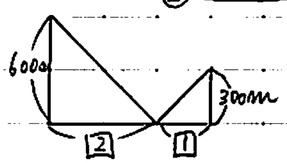


いくつかの疑問.

(Q1)

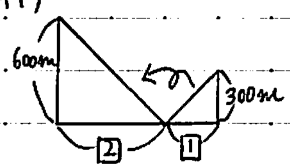


の様に、外分2:1が同じ高さに見えるのはわかるが、

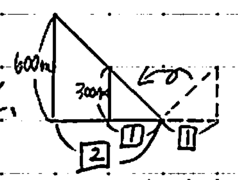


の様に、内分2:1が同じ高さに見えるのがわからない。

(A1)



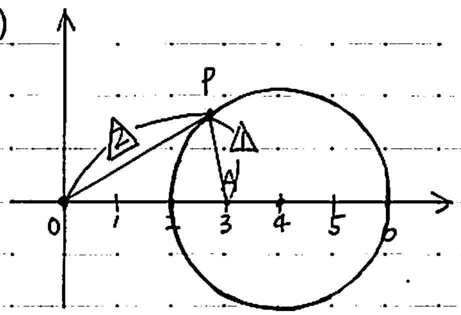
の右の三角形を反転移動すると、



と重なり、外分と同じ図となる。従って、同じ高さに見える。

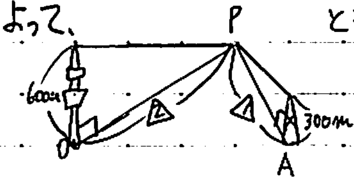
(Q2) 一直線上の内分点と外分点から同じ高さに見えるのはわかるが、本当に円周上から同じ高さに見えるのか?

(A2)

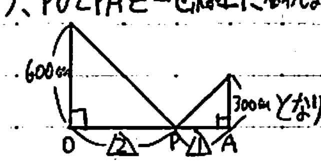


証明した左図の円周上は、PO:PA=2:1を満たした点である。従って、△2と△1の正確な距離がいくつであろうが、PO:PA=2:1は成立している。

よって、



となり、POとPAを一直線上に合わせると、

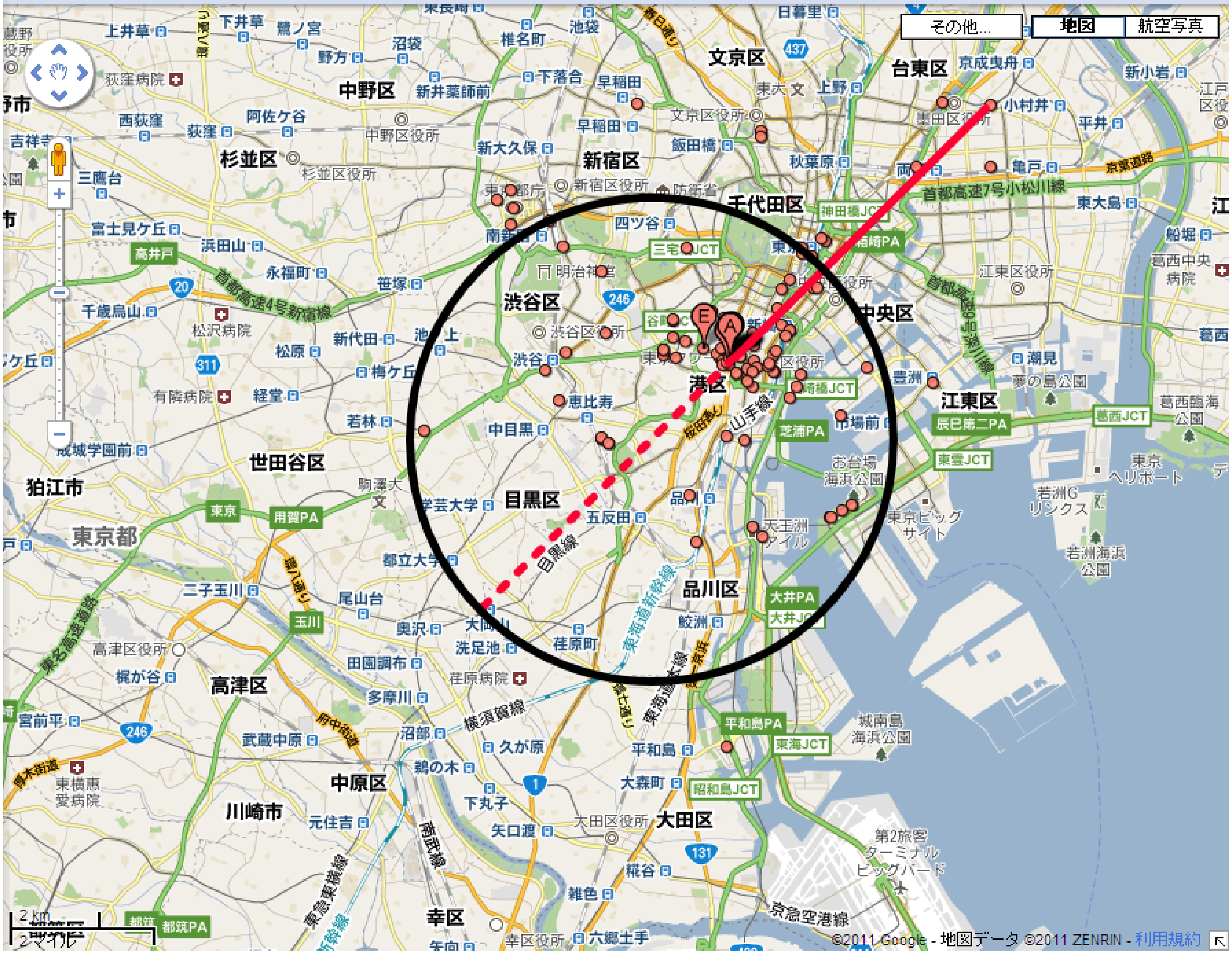


となり、

これはQ1の外分と同じとなる。よって、同じ高さに見える。

(Q3)具体的に何処なのか？

(A3)



上記地図のように、赤実線で東京タワーとスカイツリーを結び、その延長線を赤点線で表すと、黒実線で描かれた線上が、今回のポイントということになる。

そのポイントを実際にグーグルマップで探してみたが、建物が建ちすぎていて確認は出来なかった。

しかも、高いところからじゃないと見えないことになり、その場合高さの前提である、600m：300mが、高台の高さが仮に100mだったとすると、500m：200mとなり根本的に計算が変わってくる。

従って、この円周上の平地の見晴らしの良い場所を地道に探すしか方法はなく、しかもその写真をおさめたい場合、ロケーション的には大井競馬場周辺など・なるべくタワーから離れた場所が最適と考えられる。

きっと実現した場合、左のような写真が取れると思われる。。。